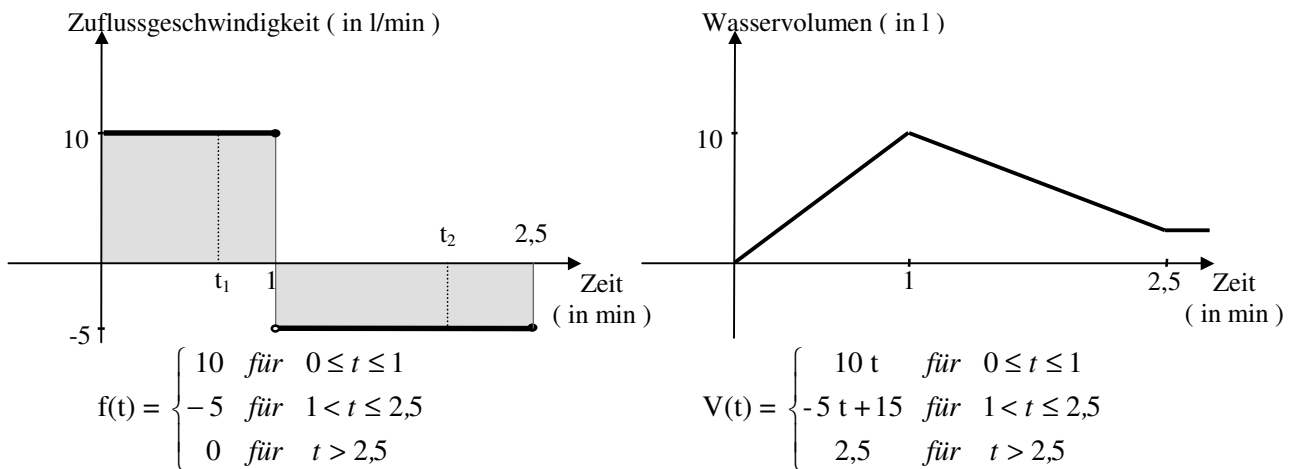


ARBEITSBLATT ZUR INTEGRALRECHNUNG

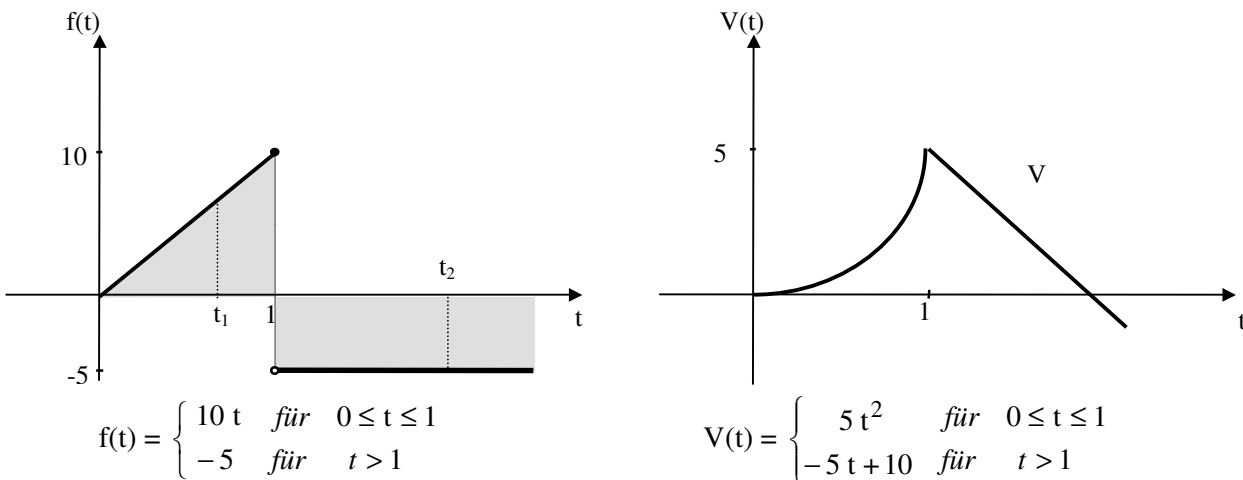
Experiment: Füllen einer Badewanne

1. Eine Minute konstanter Zufluss, anschließend 1,5 Minuten konstanter Abfluss



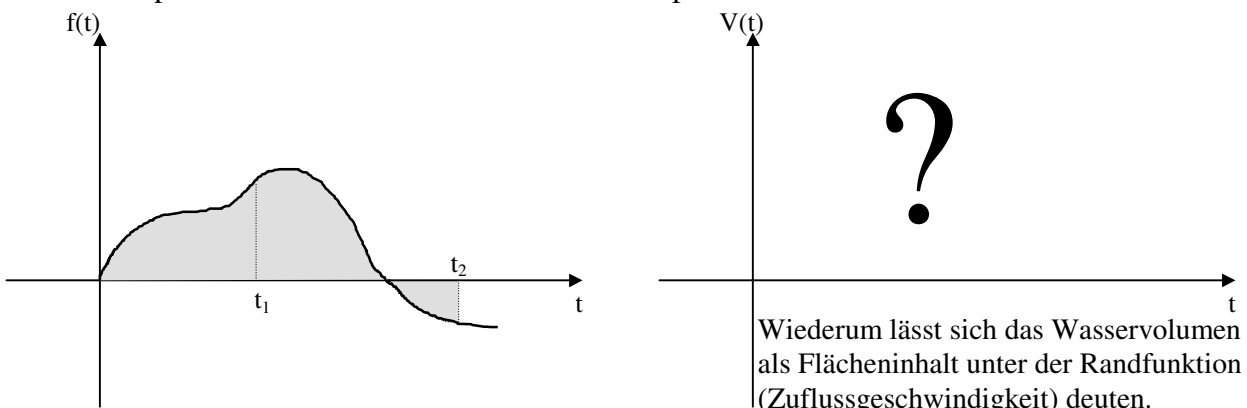
Die Zuflussgeschwindigkeit stellt die **Randfunktion** dar. Das Wasservolumen in der Badewanne lässt sich als Flächeninhalt unter der Randfunktion interpretieren. Sie wird als **Flächeninhaltsfunktion** bezeichnet.

2. Der Zuflusshahn wird langsam geöffnet (allmähliche Steigerung der Zuflussgeschwindigkeit $f(t)$), anschließend konstanter Abfluss



Durch die Steigerung der Zuflussgeschwindigkeit wächst das Wasservolumen in der Badewanne nicht mehr gleichmäßig (linear) an. Auch hier lässt sich das Wasservolumen als Flächeninhalt unter der Randfunktion (Zuflussgeschwindigkeit) deuten.

3. Jemand spielt am Zuflusshahn und am Abflusstöpsel herum.



ARBEITSBLATT ZUR INTEGRALRECHNUNG

ALLGEMEINES PROBLEM:

Wie finde ich zu einer Funktion f (Randfunktion) die Funktion F , die den „Gesamteffekt“ von f bis zu einer bestimmten Stelle misst (Flächeninhaltsfunktion).

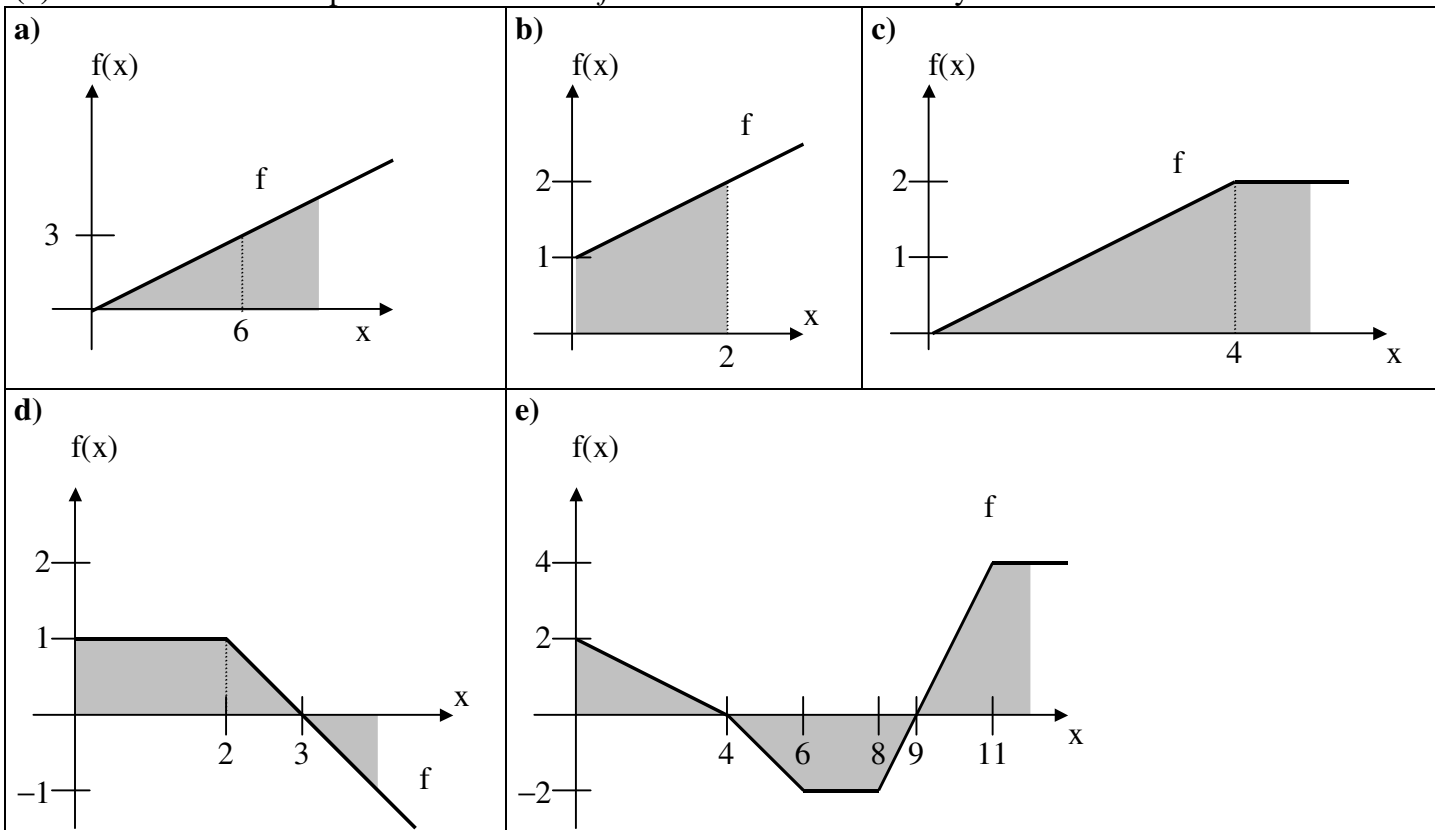
Zusammenhang zwischen Randfunktion f und Flächeninhaltsfunktion F :

Beispiele:

Randfunktion	Flächeninhaltsfunktion
Zuflussgeschwindigkeit	Wasservolumen
momentane Geldzuflussrate	Kontostand
Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Epidemie	Anzahl der Infizierten
Stärke des Stroms, der einem Akku entnommen oder zugeführt wird	Ladung des Akku
Kraft, die längs eines Weges wirkt	physikalische Arbeit
Geschwindigkeit eines Fahrrades	zurückgelegte Strecke

Aufgabe 1: Folgende Graphen zeigen die Zulaufgeschwindigkeit bzw. Ablaufgeschwindigkeit einer Badewanne. Bearbeiten Sie jeweils folgende Aufgaben:

- (1) Bestimmen Sie einen Funktionsterm der Zuflussgeschwindigkeit-Funktion f .
- (2) Ermitteln Sie einen Funktionsterm der Wasservolumen-Funktion V .
- (3) Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen f und V in ein Koordinatensystem.



Aufgabe 2: Gegeben sind die folgenden Randfunktionen. Ermitteln Sie jeweils einen Term der Funktion F , die den "Gesamteffekt" beschreibt.

a) $f(x) = 2x$ $F(x) =$

b) $f(x) = x$ $F(x) =$

c) $f(x) = 6x^5$ $F(x) =$

d) $f(x) = x^7$ $F(x) =$

e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ $F(x) =$

f) $f(x) = \sqrt{x}$ $F(x) =$

Lösungen:

Aufgabe 1:

a) $f(x) = 0,5x$ $V(x) = 0,25x^2$

b) $f(x) = 0,5x+1$ $V(x) = 0,25x^2 + x$

c) $f(x) = \begin{cases} 0,5x & \text{für } 0 \leq x \leq 4 \\ 2 & \text{für } x > 4 \end{cases}$ $V(x) = \begin{cases} 0,25x^2 & \text{für } 0 \leq x \leq 4 \\ 2x-4 & \text{für } x > 4 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ -x+3 & \text{für } x > 2 \end{cases}$ $V(x) = \begin{cases} x & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ -0,5x^2 + 3x - 2 & \text{für } x > 2 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} -0,5x & 0 \leq x \leq 4 \\ -x+4 & 4 < x \leq 6 \\ -2 & 6 < x \leq 8 \\ 2x-18 & 8 < x \leq 11 \\ 4 & 11 < x \end{cases}$ $V(x) = \begin{cases} -0,25x^2 & 0 \leq x \leq 4 \\ -0,5x^2 + 4x - 4 & 4 < x \leq 6 \\ -2x+14 & 6 < x \leq 8 \\ x^2 - 18x + 78 & 8 < x \leq 11 \\ 4x-43 & 11 < x \end{cases}$

Aufgabe 2:

a) $F(x) = x^2$

b) $F(x) = 0,5x^2$

c) $F(x) = x^6$

d) $F(x) = \frac{1}{8}x^8$

e) $F(x) = -1/x$

f) $F(x) = \frac{2}{3}x^{1,5}$